Heinrich-Heine-Universität
Prof. Dr. Marcus Zibrowius
M.Sc. Thor Wittich

Wintersemester 2021/22
17.01.2022

Lineare Algebra I
Blatt 12 (Bonusblatt)

1 | Jetzt wechseln!

Sei $V := \{(x \quad y \quad z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x+y+z=0\}$, $W := \mathbb{R}^2$. Die folgenden Tupel B und B' bzw. C und C' sind jeweils geordnete Basen von V bzw. W:

$$B := \left(\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right) \quad C := \left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\right)$$

$$B' := \left(\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\1\\-1\end{pmatrix}\right) \quad C' := \left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}\right)$$

Sei $f\colon V \to W$ die lineare Abbildung, die bezüglich der Basen B und C gegeben ist durch die Matrix

$${}_C M_B(f) = \begin{pmatrix}-1 & 1\\ 3 & -2\end{pmatrix}.$$

Welche Darstellung hat f bezüglich der Basen B' und C'?

2 | Mühsame Wendung

Gegeben seien die folgenden reellen Matrizen mit Parametern $a, b, c, d \in \mathbb{R}$:

$$A := \begin{pmatrix}0 & a\\ 1 & -1\end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix}b & -b\\ b & b\end{pmatrix} \quad C := \begin{pmatrix}c & 1 & 4\\ 2 & 2 & c\\ 1 & c & 3c-7\end{pmatrix}$$

(a) Bestimmen Sie jeweils alle reellen Werte von a, b und c, für die die Matrizen invertierbar sind.
(b) Berechnen Sie die inversen Matrizen A^{-1} und B^{-1} für alle Werte von a und b, für die sie existieren. Berechnen Sie C^{-1} im Fall $c = 0$.
(c) Bestimmen Sie allgemein die Determinanten von A, B und C.

3 | Atomisierung ★

Jede invertierbare Matrix ist ein Produkt von Elementarmatrizen.

4 | Unsere Lösung, Ihr Problem ★

Jeder Untervektorraum von K^n ist der Lösungsraum eines linearen Gleichungssystems.

Abgabefrist: 26.01.2022, 10:15 Uhr (nur online). Bitte achten Sie darauf, dass Ihre Datei nicht größer als 15 MB ist.